Trabajo práctico 7: Variables aleatorias y distribuciones

Apellido y nombre: ..... Comisión: ..... Fecha: .....

AL TERMINAR ESTA GUÍA

- Calcular la esperanza, la varianza y la función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta dada por su tabla.
- Reconocer cuándo una variable tiene distribución binomial o de Poisson y calcular probabilidades puntuales y acumuladas.
- Tipificar y usar la tabla de la normal estándar para calcular proporciones y percentiles.
- Aproximar la binomial con la normal, con corrección por continuidad, y saber cuándo la aproximación falla.

EJERCICIO 1 Materias en el turno de examen

A mano

Sea X la cantidad de materias que rinde un estudiante de segundo año, elegido al azar, en el turno de examen de diciembre. Según los registros de la facultad, su función de probabilidad es:

Materias (x)	P(X = x)
0	0,14
1	0,30
2	0,29
3	?
4	0,10

a) ¿X es una variable aleatoria discreta o continua? Calculá la probabilidad que falta en la tabla.

b) Graficá la función de probabilidad y armá la función de distribución acumulada $F(x) = P(X \leq x)$. ¿Cuánto vale $P(X \leq 2)$? ¿Y la probabilidad de que rinda dos materias o más?

c) Calculá la esperanza $E(X)$. ¿Qué significa en este contexto, si nadie puede rendir una cantidad no entera de materias?

d) Calculá la varianza y el desvío estándar de X.

e) La inscripción al turno cuesta $5.000 fijos más $2.000 por cada materia. ¿Cuánto paga en promedio un estudiante? ¿Y cuál es el desvío estándar de lo que paga?

EJERCICIO 2 Turnos que se pierden

A mano

En un centro de salud, el 15 % de los pacientes con turno no se presenta. Un consultorio da 10 turnos por mañana, a pacientes que deciden si van o no independientemente unos de otros.

Sea X la cantidad de pacientes que faltan en una mañana.

a) ¿Por qué X tiene distribución binomial? ¿Cuáles son sus parámetros?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no falte nadie? ¿Y de que falten exactamente dos?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que falten como mucho dos pacientes? ¿Y de que falten tres o más?

d) ¿Cuántos pacientes se espera que falten por mañana? ¿Con qué desvío estándar?

e) Para aprovechar las ausencias, el consultorio decide dar 11 turnos aunque solo puede atender a 10. ¿Cuál es la probabilidad de que vengan los 11 y alguien se quede sin atención?

EJERCICIO 3 Llegadas a la guardia

A mano

A la guardia de un hospital llegan, entre las 2 y las 6 de la mañana, 2,5 pacientes por hora en promedio. Las llegadas son independientes entre sí y el promedio se mantiene estable en esas cuatro horas.

Sea X la cantidad de pacientes que llegan en una hora.

a) ¿Por qué es razonable usar la distribución de Poisson? ¿Cuánto valen la esperanza y la varianza de X?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora no llegue nadie? ¿Y de que lleguen exactamente tres pacientes?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como mucho dos pacientes? ¿Y más de cuatro?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que pasen dos horas seguidas sin que llegue ningún paciente?

e) La guardia quiere tener personal para atender, en el 95 % de las horas, a todos los que llegan. ¿Para cuántos pacientes por hora tiene que estar preparada?

EJERCICIO 4 El peso al nacer

A mano

El peso de los recién nacidos a término en una maternidad sigue aproximadamente una distribución normal con media 3.320 g y desvío estándar 450 g.

Usá la tabla de la normal estándar: redondeá cada z a dos decimales.

a) Se considera bajo peso al nacer a menos de 2.500 g. ¿Qué proporción de los recién nacidos tiene bajo peso?

b) ¿Qué proporción pesa más de 4.000 g?

c) ¿Qué proporción pesa entre 3.000 y 3.500 g?

d) ¿Por debajo de qué peso está el 10 % de los recién nacidos más livianos? ¿Y a partir de qué peso está el 10 % más pesado?

e) En la maternidad nacen 1.200 bebés a término por año. ¿Cuántos se espera que nazcan con bajo peso?

EJERCICIO 5 Cuándo la binomial se parece a la normal

Con software

Una vacuna produce una reacción leve en el brazo (dolor o enrojecimiento) en el 25 % de las personas que la reciben. En una jornada de vacunación se aplican 120 dosis, a personas que reaccionan independientemente unas de otras.

Sea X la cantidad de personas con reacción leve. Se quiere la probabilidad de que haya como mucho 35. Se puede usar R, Python o Excel: en R, pbinom(k, n, p) da la binomial acumulada, pnorm(x, media, desvío) la normal y rbinom(r, n, p) simula.

a) ¿Qué distribución tiene X? Calculá su esperanza y su desvío, y verificá si se cumplen las condiciones habituales para aproximarla con la normal.

b) Calculá con software la probabilidad exacta $P(X \leq 35)$.

c) Aproximala con la normal, primero sin corrección por continuidad y después con ella. ¿Cuál se acerca más a la exacta?

d) Simulá 10.000 jornadas de vacunación y calculá en qué proporción hubo como mucho 35 reacciones. Graficá la distribución de las 10.000 cantidades simuladas.

e) Repetí la comparación para otra vacuna, con reacción en el 5 % de las personas y solo 20 dosis: calculá $P(X = 0)$ exacta y aproximada con la normal (con corrección). ¿Qué pasó?

EJERCICIO 6 ¿Qué distribución corresponde?

Para discutir

Para cada variable, decidí si se puede modelar con una binomial, una Poisson, una normal o ninguna de las tres. Justificá con las condiciones de cada modelo y, si corresponde, decí cuáles serían los parámetros.

a) La cantidad de llamadas que recibe el servicio de emergencias en una hora.

b) De 15 pacientes tratados con un medicamento que cura al 70 %, la cantidad que se cura.

c) La estatura de las mujeres adultas de la provincia.

d) El ingreso mensual de los hogares.

e) Se sacan cinco cartas de un mazo español de 40, sin reponer, y se cuenta cuántas son de oro.

f) La cantidad de errores de tipeo por página en un libro de 300 páginas.

---

estadistica.ar/docentes/trabajos-practicos/semana-7 · Las lecturas de cada tema y la hoja de fórmulas están en el sitio.