Trabajo práctico 5: Probabilidad

Apellido y nombre: ..... Comisión: ..... Fecha: .....

AL TERMINAR ESTA GUÍA

- Calcular probabilidades con las reglas de la suma y del producto, y probabilidades condicionales a partir de una tabla.
- Distinguir eventos independientes de eventos mutuamente excluyentes.
- Resolver problemas de probabilidad total y de Bayes con una tabla de frecuencias naturales y con la fórmula.
- Contar con permutaciones, variaciones y combinaciones, y estimar una probabilidad por simulación.

EJERCICIO 1 Trabajar y aprobar

A mano

En una carrera se registró, para los 280 estudiantes que rindieron el primer parcial de Estadística, si trabajan y si aprobaron:

	Aprobó	No aprobó
Trabaja	32	44
No trabaja	131	73

Se elige un estudiante al azar. Sean T el evento «trabaja» y A el evento «aprobó».

a) ¿Cuál es el experimento aleatorio y cuál el espacio muestral? Calculá P(T) y P(A).

b) Calculá P(T y A) y P(T o A). Usá la regla de la suma y comprobá el resultado contando en la tabla.

c) Calculá la probabilidad de aprobar entre los que trabajan y entre los que no trabajan. ¿Son independientes los eventos T y A?

d) ¿Son T y A mutuamente excluyentes? ¿Qué diferencia hay entre «excluyentes» e «independientes»?

e) Se eligen dos estudiantes al azar, sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos trabajen?

EJERCICIO 2 Una prueba que da positivo

A mano

Una enfermedad afecta al 1 % de la población adulta. Para detectarla se usa una prueba rápida que da positivo en el 96 % de las personas enfermas (sensibilidad) y da negativo en el 95 % de las sanas (especificidad).

Una campaña de salud le hace la prueba a toda la población adulta de una ciudad.

a) Imaginá 10.000 personas y armá la tabla: enfermas y sanas, por resultado positivo y negativo.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo? Calculala con la tabla y con la fórmula de probabilidad total.

c) Una persona da positivo. ¿Cuál es la probabilidad de que esté enferma? ¿Te sorprende?

d) Si una persona da negativo, ¿cuál es la probabilidad de que esté sana?

e) La misma prueba se usa en un consultorio de especialistas, donde el 20 % de los pacientes que llegan tiene la enfermedad. ¿Cuánto vale ahí la probabilidad de estar enfermo si da positivo? ¿Por qué cambia, si la prueba es la misma?

EJERCICIO 3 La comisión y la clave

A mano

Un curso tiene 12 estudiantes: 7 mujeres y 5 varones. Hay que formar una comisión de tres para representar al curso.

a) ¿De cuántas maneras distintas se puede formar la comisión, si los tres integrantes tienen el mismo rol?

b) ¿Y si los tres cargos son distintos: delegado, suplente y secretario?

c) ¿Cuántas comisiones de tres (sin cargos) tienen al menos una mujer?

d) Si la comisión se sortea, ¿cuál es la probabilidad de que salgan tres mujeres? ¿Y de que haya al menos un varón?

e) La clave del aula virtual es de cuatro dígitos. ¿Cuántas claves hay? ¿Cuántas no repiten ningún dígito? Si alguien elige una clave al azar, ¿qué probabilidad hay de que no tenga dígitos repetidos?

EJERCICIO 4 El problema del cumpleaños

Con software

En un curso de 40 estudiantes, ¿es probable que dos cumplan años el mismo día? Antes de calcular nada, anotá tu estimación. Suponé que los 365 días son igualmente probables y olvidate del 29 de febrero.

Se puede usar R, Python o Excel. En R, sample(365, 23, replace = TRUE) sortea 23 cumpleaños y any(duplicated(x)) dice si hay alguno repetido.

a) Calculá la probabilidad exacta de que en un grupo de 23 personas al menos dos cumplan el mismo día. Pista: es más fácil calcular la probabilidad de que todos cumplan en días distintos.

b) Simulá 10.000 grupos de 23 personas y contá en qué proporción hay al menos un cumpleaños repetido. Compará con el resultado exacto.

c) Repetí la simulación con 10, 100, 1.000 y 10.000 grupos, y anotá la proporción que da cada vez. ¿Qué pasa a medida que crece la cantidad de repeticiones?

d) Calculá la probabilidad para un curso de 10 y de 40 estudiantes. ¿Desde cuántas personas la probabilidad supera el 50 %? ¿Y el 90 %?

EJERCICIO 5 Razonamientos que fallan

Para discutir

Cada frase contiene un error de razonamiento sobre probabilidades. Encontralo y explicá cómo se razona bien.

a) «En la ruleta salió rojo siete veces seguidas. Ahora tiene que salir negro.»

b) «O me toca la lotería o no me toca: tengo un 50 % de chances.»

c) «Jugué 1-2-3-4-5-6 en la lotería. Mi amigo dice que es una tontería, porque esa combinación nunca va a salir.»

d) «El 90 % de las personas con esta enfermedad tiene el síntoma. Tengo el síntoma, así que tengo un 90 % de probabilidad de estar enfermo.»

EJERCICIO 6 ¿De dónde sale cada probabilidad?

Para discutir

Para cada probabilidad, decidí si sale de la definición clásica (casos favorables sobre posibles), de la frecuencial (lo que pasó en muchas repeticiones) o de la subjetiva (el grado de confianza de alguien).

a) La probabilidad de sacar un as de un mazo de 40 cartas españolas es 4/40.

b) La probabilidad de que un recién nacido sea varón es aproximadamente 0,51.

c) El pronóstico dice que mañana hay 70 % de probabilidad de lluvia.

d) Un comentarista dice que su equipo tiene 30 % de probabilidad de salir campeón este año.