ESTADISTICA.AR

Intervalos de confianza

Estadística · Semana 9 · Unidad 5: Muestreo y estimación

1 / 25

NOTAS · 1

Pensada para 90 a 120 minutos. La semana pasada se fue de la población a las muestras: cómo se reparten las medias. Hoy se da vuelta: de una sola muestra a lo que se puede decir de la población.

PREGUNTA PARA LA CLASE

Un informe dice: «el 55,6 % de las personas de 14 años o más de Gran Catamarca está ocupado, con un margen de error de 2,9 puntos». ¿Qué quiere decir el margen de error?

2 / 25

NOTAS · 2

Que arriesguen. Lo que quiere decir: con un procedimiento que acierta en el 95 % de las muestras, la proporción de la población está entre 52,7 % a 58,5 %. Las respuestas típicas que hay que desarmar: «que el dato puede estar mal en 2,9 puntos» (no dice qué tan probable) o «que el 55,6 % es un 95 % seguro» (no es el número el que tiene confianza).



NOTAS · 3

La parte 2 es la más importante de la clase: la cuenta de un intervalo es fácil; interpretarlo bien, no.



SEMANA 9 · LA IDEA DEL INTERVALO

De un número a un intervalo

Estimación puntual

Un solo número: $\bar{x}$ o $\hat{p}$.

No dice qué tan lejos puede estar del parámetro.

Estimación por intervalo

Estimación ± margen de error, con un nivel de confianza.

Dice cuánto se puede confiar en ella.

El margen de error es un cuantil por el error estándar: z · EE o t · EE.

5 / 25

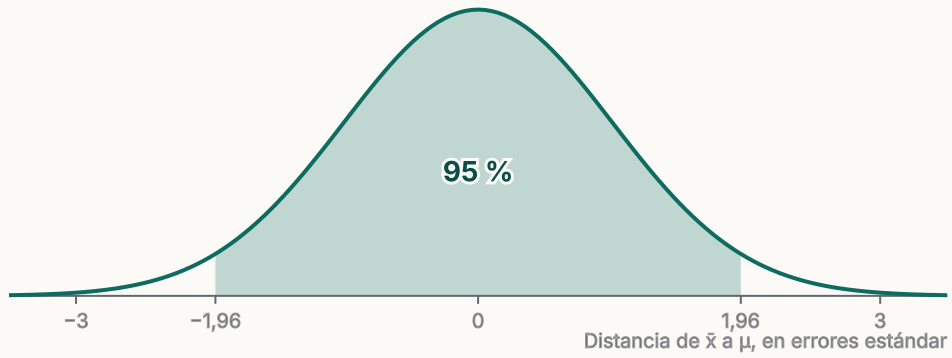
NOTAS · 5

Un ejemplo de por qué el número solo no alcanza: una proporción de 55 % puede salir de 11 personas sobre 20 o de 550 sobre 1.000. El número es el mismo; la precisión, muy distinta.

SEMANA 9 · LA IDEA DEL INTERVALO

De dónde sale el 1,96

En el 95 % de las muestras, la media cae a menos de 1,96 errores estándar de μ.



Si $\bar{x}$ está a menos de 1,96 EE de μ, entonces μ está a menos de 1,96 EE de $\bar{x}$: ese es el intervalo.

6 / 25

NOTAS · 6

Es la cuenta de la semana pasada dada vuelta. La distancia entre $\bar{x}$ y μ es la misma mirada desde los dos lados: si $\bar{x}$ está cerca de μ, μ está cerca de $\bar{x}$.

Por el teorema central del límite vale aunque los datos no sean normales, si n es grande.

SEMANA 9 · LA IDEA DEL INTERVALO

El nivel de confianza

Más confianza pide un cuantil más grande, y el intervalo se ensancha.

z = 1,645	z = 1,96	z = 2,576
para el 90 %	para el 95 %	para el 99 %

7 / 25

NOTAS · 7

No hay almuerzo gratis: con la misma muestra, más confianza es menos precisión. La única forma de tener las dos es más casos.

El 95 % es una convención, no una ley: en medicina a veces se usa el 99 %; en estudios exploratorios, el 90 %.

2

Qué significa el 95 %

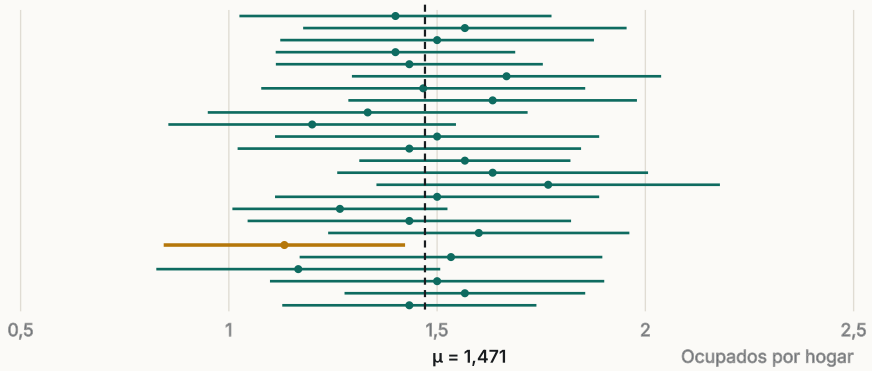
La interpretación correcta

8 / 25

SEMANA 9 · QUÉ SIGNIFICA EL 95 %

25 muestras, 25 intervalos

Intervalos del 95 % con muestras de 30 hogares de la población de la semana 8, donde se sabe que μ = 1,471.



Cada muestra da otro intervalo. Los resaltados no contienen a μ.

9 / 25

NOTAS · 9

De estos 25, uno no contiene a μ. μ no se mueve: lo que cambia de muestra en muestra es el intervalo.

En la realidad se tiene una sola muestra y no se sabe si es de las que aciertan: el 95 % es la confianza en el procedimiento, no en ese intervalo en particular.

SEMANA 9 · QUÉ SIGNIFICA EL 95 %

¿Cuántos aciertan?

93,6 %

de los 1.000 intervalos simulados contiene a μ

95 %

el nivel de confianza: lo que promete el procedimiento

La cobertura no es exacta: la población es discreta y asimétrica, y 30 hogares son pocos para que la t sea perfecta.

10 / 25

NOTAS · 10

El simulador de cobertura de estadistica.ar permite repetir este experimento con otras poblaciones, tamaños y niveles: con poblaciones muy asimétricas y muestras chicas, la cobertura real puede quedar bastante por debajo del 95 %. Es lo que explora el ejercicio con software del práctico.

SEMANA 9 · QUÉ SIGNIFICA EL 95 %

Cómo se dice

Bien

- «Con 95 % de confianza, la media está entre a y b.»
- «El método acierta en el 95 % de las muestras.»
- El intervalo habla del **parámetro**, no de los datos.

Mal

- «El 95 % de los hogares tiene entre a y b ocupados.»
- «La media cambia: el 95 % de las veces está entre a y b.»
- «Un intervalo más angosto es más confiable.»

11 / 25

NOTAS · 11

La primera de «mal» confunde el intervalo de la media con el rango de los datos: con 30 hogares el intervalo mide unas décimas, y los hogares van de 0 a 7 ocupados.

Decir «hay 95 % de probabilidad de que μ esté entre a y b» es discutible: una vez calculado, el intervalo contiene o no a μ. Por eso se dice «confianza» y no «probabilidad». El práctico tiene un ejercicio para discutir estas frases.

3

La distribución t

Cuando σ no se conoce

12 / 25

SEMANA 9 · LA DISTRIBUCIÓN T

Cuando σ no se conoce

El problema

El error estándar σ / √n pide σ, que casi nunca se conoce.

Se reemplaza por s: s / √n.

El costo

s también varía de muestra en muestra: hay más incertidumbre que con σ.

El cuantil tiene que ser más grande que 1,96.

La solución

$(\bar{x} - \mu) / (s / \sqrt{n})$ tiene distribución **t de Student** con n − 1 grados de libertad.

Si los datos son normales; si no, con n grande.

13 / 25

NOTAS · 13

William Gosset la publicó en 1908 con el seudónimo «Student»: trabajaba en la cervecería Guinness, que no dejaba firmar a sus empleados. Necesitaba conclusiones con muestras chicas de cebada.

SEMANA 9 · LA DISTRIBUCIÓN T

La t se parece a la normal con más casos

El cuantil que deja el 2,5 % en cada cola, para un intervalo del 95 %.

Grados de libertad	Tamaño de muestra	t	z
4	5	2,776	1,960
9	10	2,262	1,960
29	30	2,045	1,960
99	100	1,984	1,960
Infinitos	Muy grande	1,960	1,960

La t tiene las colas más pesadas que la normal; con más grados de libertad, se acerca a ella.

14 / 25

NOTAS · 14

Con 5 datos, el cuantil es 2,776: un intervalo más de un 40 % más ancho que con la normal. Con 30, 2,045: apenas más. Por eso la t importa sobre todo con muestras chicas.

SEMANA 9 · LA DISTRIBUCIÓN T

Los grados de libertad

Cuántos datos pueden variar libremente una vez que se fijó lo que ya se estimó.

Por qué n − 1

Los desvíos respecto de $\bar{x}$ suman cero: conocidos n − 1, el último queda determinado.

Dónde aparecen

En s (que divide por n − 1) y en la t que se usa con ella.

15 / 25

NOTAS · 15

Es la misma razón por la que la varianza muestral divide por n − 1, de la semana 3. En regresión, con dos parámetros estimados, serán n − 2.

4

Intervalos para la media y la proporción

Las fórmulas y cómo se informan

16 / 25



NOTAS · 17

En la práctica, estos tres números son todo lo que se tiene. Para el ejemplo se sabe además μ, y se puede comprobar si el intervalo acertó.



NOTAS · 18

Redacción para un informe: «se estima que los hogares tienen en promedio entre a y b personas ocupadas, con una confianza del 95 %».

Las condiciones: muestra aleatoria y, como los datos no son normales, un n razonable. Con 30 y una población no muy asimétrica, alcanza.

SEMANA 9 · INTERVALOS PARA LA MEDIA Y LA PROPORCIÓN

El intervalo para la proporción

La fórmula

$\hat{p} \pm z \cdot \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) / n}$

En la EPH

$\hat{p} = 630 / 1.134 = 0{,}556$; EE = 0,0148

Con 95 %

$0{,}556 \pm 1{,}96 \cdot 0{,}0148 = 0{,}556 \pm 0{,}029$

La condición

$n\hat{p} \geq 5$ y $n(1 - \hat{p}) \geq 5$.

Acá 630 y 504: sobra.

Fuente: INDEC, Encuesta Permanente de Hogares, primer trimestre de 2026. Gran Catamarca.

19 / 25

NOTAS · 19

Para la proporción se usa z y no t: el error estándar sale de $\hat{p}$ mismo, no de un desvío estimado aparte.

Las fórmulas son las del muestreo aleatorio simple. La EPH tiene un diseño complejo, y el INDEC calcula los errores de otra manera; acá es una aproximación para aprender la cuenta.

SEMANA 9 · INTERVALOS PARA LA MEDIA Y LA PROPORCIÓN

La misma muestra, tres niveles

Confianza	z	Margen de error	Intervalo
90 %	1,645	2,4 puntos	53,2 % a 58,0 %
95 %	1,96	2,9 puntos	52,7 % a 58,5 %
99 %	2,576	3,8 puntos	51,8 % a 59,4 %

Personas de 14 años o más ocupadas en Gran Catamarca: 55,6 %, con n = 1.134.

20 / 25

NOTAS · 20

La respuesta a la pregunta del principio: el margen de error de 2,9 puntos es el del 95 %. Un informe serio dice siempre con qué confianza; si no lo dice, se sobreentiende el 95 %.

5

El tamaño de muestra

Cuántos casos hacen falta

21 / 25

SEMANA 9 · EL TAMAÑO DE MUESTRA

Cuántos casos para una proporción

$n = z^2 \cdot p(1 - p) / E^2$, donde E es el margen de error que se quiere.

Sin idea de p

Se usa p = 0,5, que da el n más grande: el caso más desfavorable.

Un ejemplo

Margen de 3 puntos con 95 %: $1{,}96^2 \cdot 0{,}25 / 0{,}03^2$ = **1.068**.

Se redondea siempre hacia arriba.

22 / 25

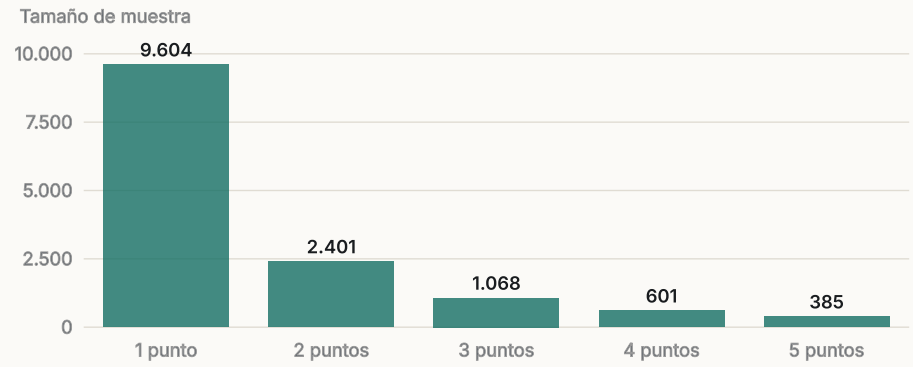
NOTAS · 22

Por eso tantas encuestas de opinión tienen alrededor de mil casos: es lo que da un margen de 3 puntos. Y no depende del tamaño de la población, si la muestra es una parte chica de ella.

SEMANA 9 · EL TAMAÑO DE MUESTRA

La precisión cuesta cara

Personas que hay que encuestar para estimar una proporción con 95 % de confianza, según el margen de error.



Con p = 0,5. Reducir el margen a la mitad multiplica la muestra por cuatro.

23 / 25

NOTAS · 23

De 2 a 1 punto de margen, de 2.401 a 9.604 personas. Es el mismo √n de la semana pasada, visto desde el costo.

SEMANA 9 · EL TAMAÑO DE MUESTRA

Cuántos casos para una media

$n = (z \cdot \sigma / E)^2$: hace falta una idea previa de σ.

De dónde sale σ

De un estudio anterior, de una prueba piloto o de un rango razonable dividido por 4.

Un ejemplo

Ocupados por hogar con σ = 1,043 y un margen de 0,1: $(1{,}96 \cdot 1{,}043 / 0{,}1)^2$ = **419** hogares.

24 / 25

NOTAS · 24

Después hay que agregar los que no van a responder: si responde el 80 %, hay que contactar n / 0,8. El práctico tiene la cuenta completa, con la corrección por población finita.

SEMANA 9 · INTERVALOS DE CONFIANZA

Para llevarse

- Un intervalo de confianza es una estimación con su margen de error: estimación ± cuantil · error estándar.
- El 95 % es la confianza en el procedimiento: acierta en el 95 % de las muestras.
- El intervalo habla del parámetro, no de los datos individuales.
- Con σ desconocido se usa la t con n − 1 grados de libertad; con n grande, se parece a la normal.
- Reducir el margen de error a la mitad cuesta cuatro veces más casos.

Guía de trabajo práctico 9
estadistica.ar/docentes/trabajos-practicos/semana-9

Calculadora de intervalos de confianza
estadistica.ar/herramientas/calc-ic

Simulador de cobertura de intervalos
estadistica.ar/herramientas/sim-cobertura-ic

Calculadora de tamaño de muestra
estadistica.ar/herramientas/calc-tamano-muestra

25 / 25

NOTAS · 25

Para el práctico: las tablas de la normal y de la t, y calculadora.