ESTADISTICA.AR

Probabilidad

Estadística · Semana 5 · Unidad 3: Probabilidad

PREGUNTA PARA LA CLASE

Una mujer de 40 años se hace una mamografía de control y da positiva. ¿Qué probabilidad hay de que tenga cáncer de mama?

a) Alrededor del 90 %

b) Alrededor del 70 %

c) Alrededor del 50 %

d) Menos del 10 %

Hoy

1

Experimento aleatorio y espacio muestral

De qué se habla cuando se habla de azar

2

Tres maneras de definir la probabilidad

Clásica, frecuencial y subjetiva

3

La regla de la suma

Eventos excluyentes y los que no

4

Probabilidad condicional e independencia

Cuando saber algo cambia las chances

5

Probabilidad total y teorema de Bayes

Dar vuelta una probabilidad condicional

1

Experimento aleatorio y espacio muestral

De qué se habla cuando se habla de azar

El experimento aleatorio

Se puede repetir

En las mismas condiciones, todas las veces que se quiera, al menos en teoría.

Se conocen los resultados

Antes de hacerlo se sabe qué puede salir.

No se sabe cuál saldrá

El resultado de cada repetición es incierto.

El espacio muestral: todos los resultados posibles

Experimento	Espacio muestral, Ω	Resultados
Tirar un dado	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	6
Tirar dos monedas	{CC, CX, XC, XX}	4
Tirar dos dados	Los pares (1, 1), (1, 2), …, (6, 6)	36
Elegir al azar una persona de la tabla de hoy	Las personas encuestadas	1.134
Esperar el colectivo	Cualquier tiempo desde 0	Infinitos

Los cuatro primeros son finitos y se pueden contar; el último es continuo, como los que vienen en la unidad 4.

Eventos y sus operaciones

Evento

Un conjunto de resultados. «Sumar 7 con dos dados» son 6 de los 36 pares.

Complemento

Ā ocurre cuando A no ocurre: no sumar 7.

Unión, A ∪ B

Ocurre A, o B, o los dos: «A o B».

Intersección, A ∩ B

Ocurren A y B a la vez: «A y B».

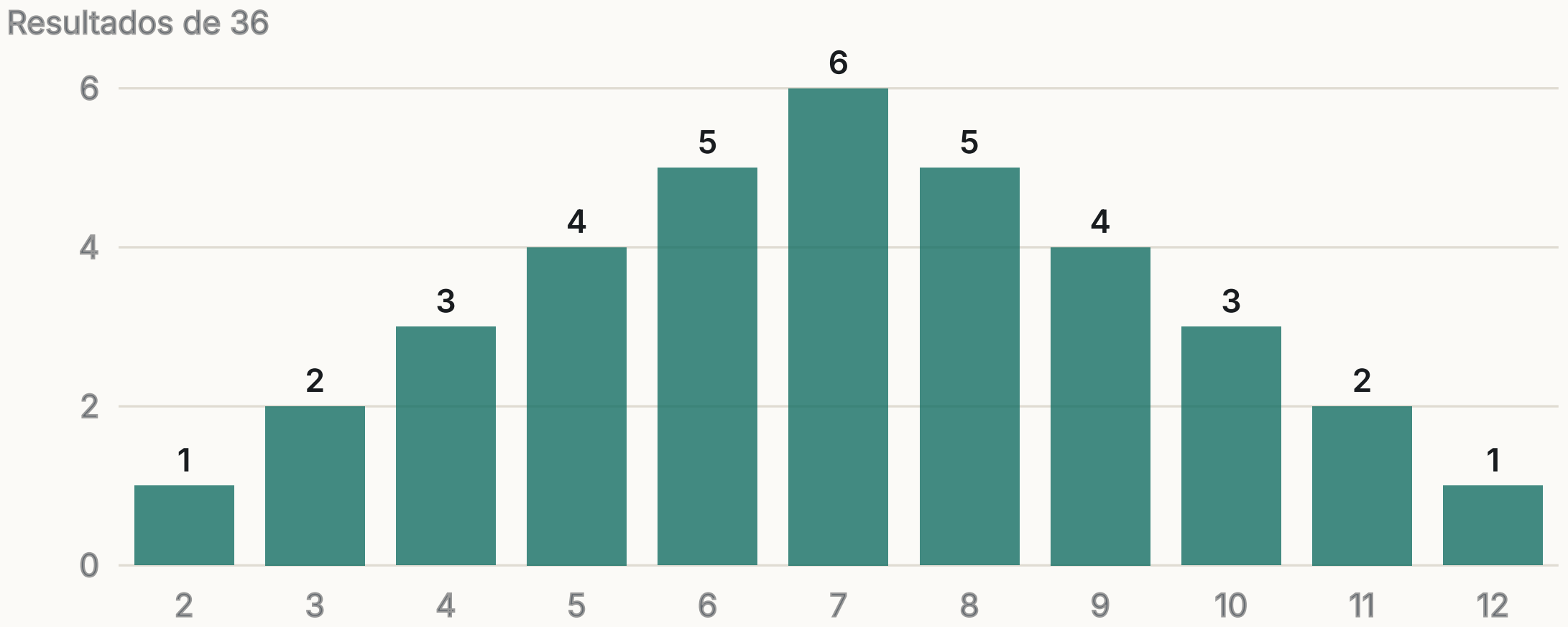
2

Tres maneras de definir la probabilidad

Clásica, frecuencial y subjetiva

Las sumas de dos dados

De los 36 resultados igualmente probables, cuántos dan cada suma.



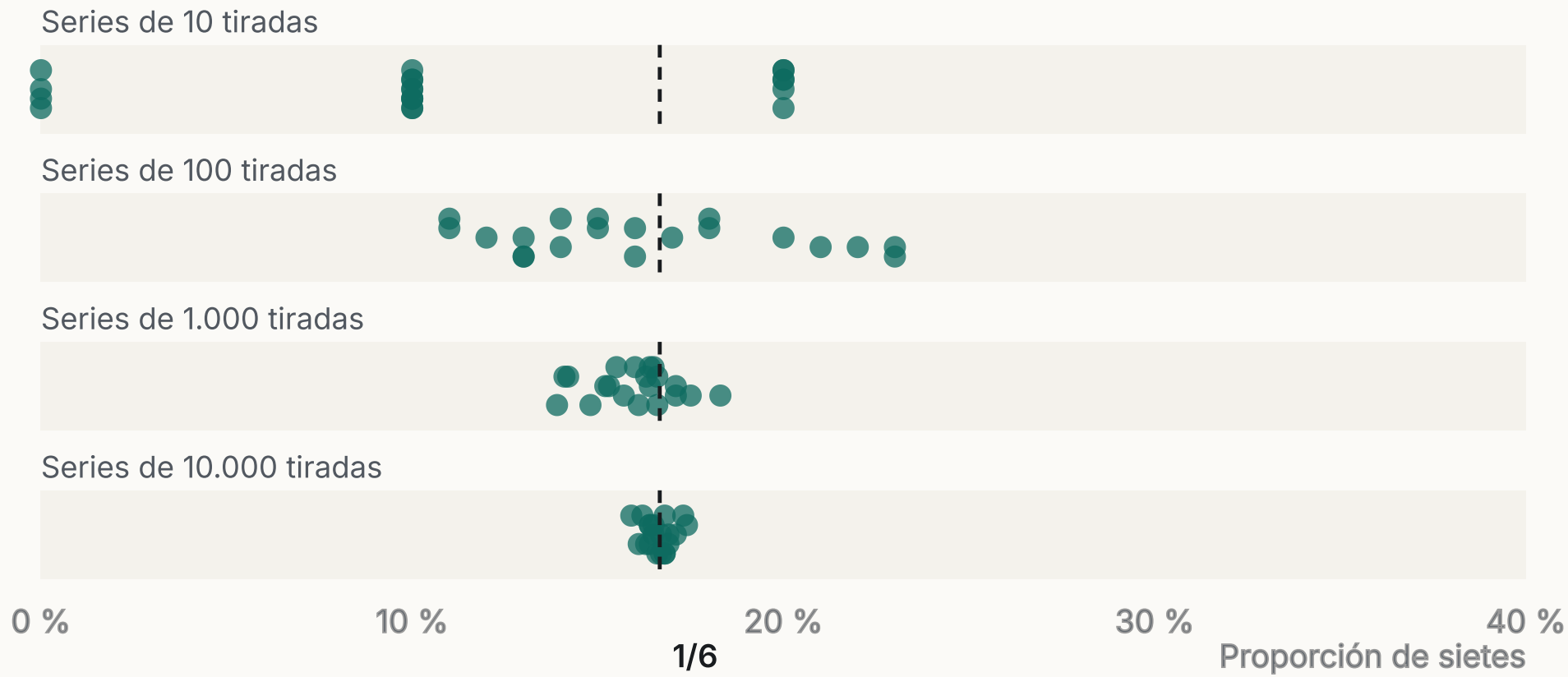
La definición clásica: P(sumar 7) = casos favorables / casos posibles = 6 / 36 = 1/6.

PREGUNTA PARA LA CLASE

La suma de dos dados puede ser 2, 3, …, 12: once resultados. ¿La probabilidad de sumar 7 es entonces 1/11?

La frecuencia relativa se estabiliza

20 series simuladas de cada tamaño. Cada punto es la proporción de sietes en una serie de tiradas de dos dados.



La definición frecuencial: la probabilidad es el valor al que se acerca la frecuencia relativa cuando las repeticiones aumentan.

Tres definiciones

Clásica

Casos favorables sobre casos posibles.

Solo con resultados igualmente probables.

Frecuencial

La frecuencia relativa en muchas repeticiones.

Solo para lo que se puede repetir.

Subjetiva

El grado de confianza de una persona en que algo ocurra.

Para lo único: una elección, un juicio.

Las reglas que cumple toda probabilidad

Entre 0 y 1

$0 \le P(A) \le 1$ para cualquier evento A.

Algo ocurre

$P(\Omega) = 1$: el espacio muestral es seguro.

Excluyentes, se suman

Si A y B no pueden ocurrir juntos, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

El complemento

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

P(no sumar 7) = 1 − 6/36 = 30/36.

3

La regla de la suma

Eventos excluyentes y los que no

Sexo y condición de actividad

Personas encuestadas en Gran Catamarca. Se elige una al azar.

	Ocupada	Desocupada	Inactiva	Total
Varón	346	17	179	542
Mujer	284	9	299	592
Total	630	26	478	1.134

Fuente: INDEC, Encuesta Permanente de Hogares, primer trimestre de 2026. Gran Catamarca, personas de 14 años o más.

Eventos excluyentes: se suman

Nadie puede estar ocupado y desocupado a la vez.

0,556

P(O) = 630 / 1.134

0,023

P(D) = 26 / 1.134

0,578

P(O ∪ D) = P(O) + P(D): la probabilidad de ser activo

PREGUNTA PARA LA CLASE

P(mujer) = 0,522 y P(ocupada) = 0,556. Si se las suma da 1,078. ¿Qué salió mal?

La regla general de la suma

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Mujer y ocupada

$P(M \cap O) = 284 / 1.134 = 0{,}250$

Mujer u ocupada

$P(M \cup O) = (592 + 630 - 284) / 1.134 =$ **0,827**

Por el complemento

Todos menos los varones no ocupados: $1 - 196 / 1.134 = 0{,}827$

4

Probabilidad condicional e independencia

Cuando saber algo cambia las chances

La probabilidad condicional

P(A | B) = P(A ∩ B) / P(B): la probabilidad de A cuando se sabe que ocurrió B.

55,6 %

P(O): ocupadas entre todas las personas, 630 / 1.134

63,8 %

P(O | V): entre los varones, 346 / 542

48,0 %

P(O | M): entre las mujeres, 284 / 592

PREGUNTA PARA LA CLASE

¿Es lo mismo la probabilidad de ser mujer entre los inactivos que la de ser inactiva entre las mujeres?

Independencia

A y B son independientes si $P(A \mid B) = P(A)$: saber que ocurrió B no cambia la probabilidad de A. Equivale a $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Sexo y ocupación

$P(M) \cdot P(O) = 0{,}522 \cdot 0{,}556 = 0{,}290$, pero $P(M \cap O) = 0{,}250$.

No son independientes.

Dos dados

$P(6 \text{ y } 6) = 1/6 \cdot 1/6 = 1/36$.

Un dado no sabe lo que salió en el otro.

La regla del producto

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$$

Sin reposición

Dos ases seguidos de un mazo de 40 cartas: $4/40 \cdot 3/39 = 0{,}0077$

La segunda carta depende de la primera.

Con reposición

Se devuelve la primera y se mezcla: $4/40 \cdot 4/40 = 0{,}0100$

Independientes: $P(B \mid A) = P(B)$.

Excluyentes no es lo mismo que independientes

Excluyentes

- No pueden ocurrir juntos.
- $P(A \cap B) = 0$.
- Ocupada y desocupada.

Independientes

- Uno no cambia la probabilidad del otro.
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
- El primer dado y el segundo.

Dos eventos excluyentes, cada uno con probabilidad positiva, nunca son independientes: si ocurre uno, el otro queda en cero.

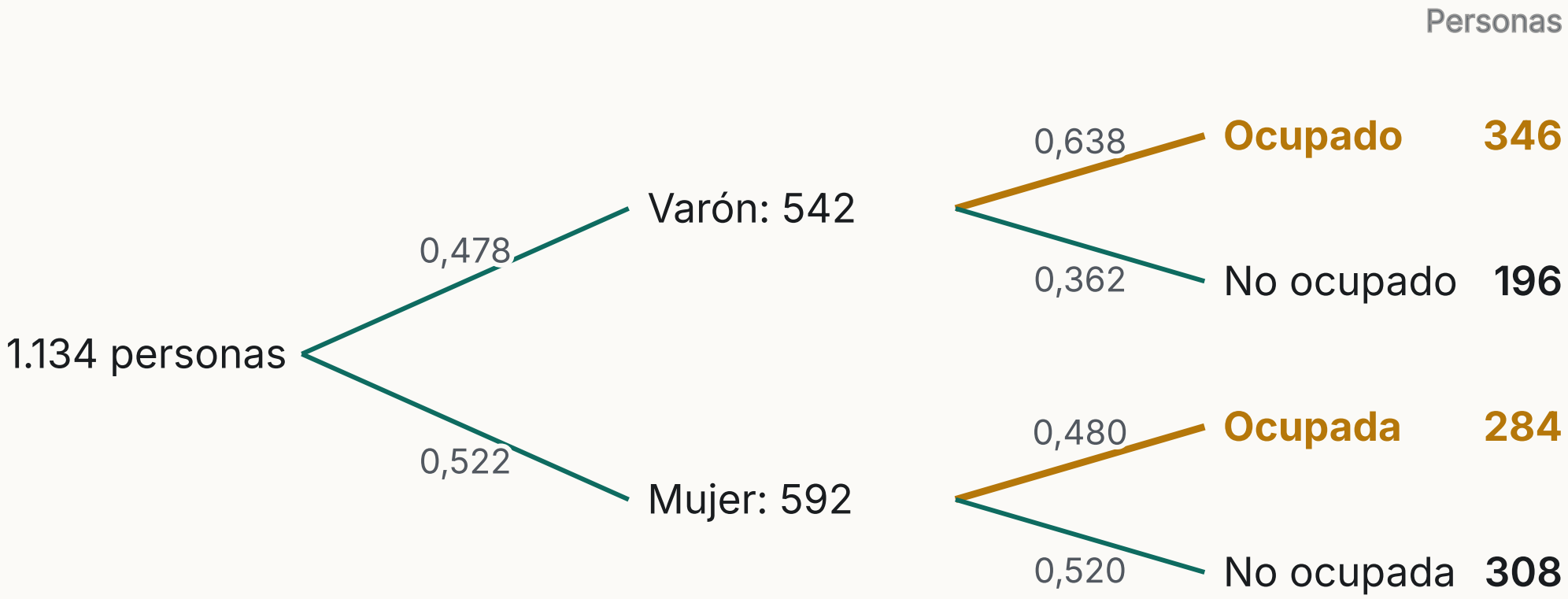
5

Probabilidad total y teorema de Bayes

Dar vuelta una probabilidad condicional

El diagrama de árbol

La misma tabla, recorrida primero por sexo y después por ocupación. Cada rama lleva su probabilidad condicional.



Las dos hojas resaltadas son las personas ocupadas: 346 + 284 = 630.

Probabilidad total y Bayes

Probabilidad total

$P(O) = P(O \mid V) \cdot P(V) + P(O \mid M) \cdot P(M) = 0{,}638 \cdot 0{,}478 + 0{,}480 \cdot 0{,}522 =$ **0,556**

Sumar todos los caminos que llegan a «ocupado».

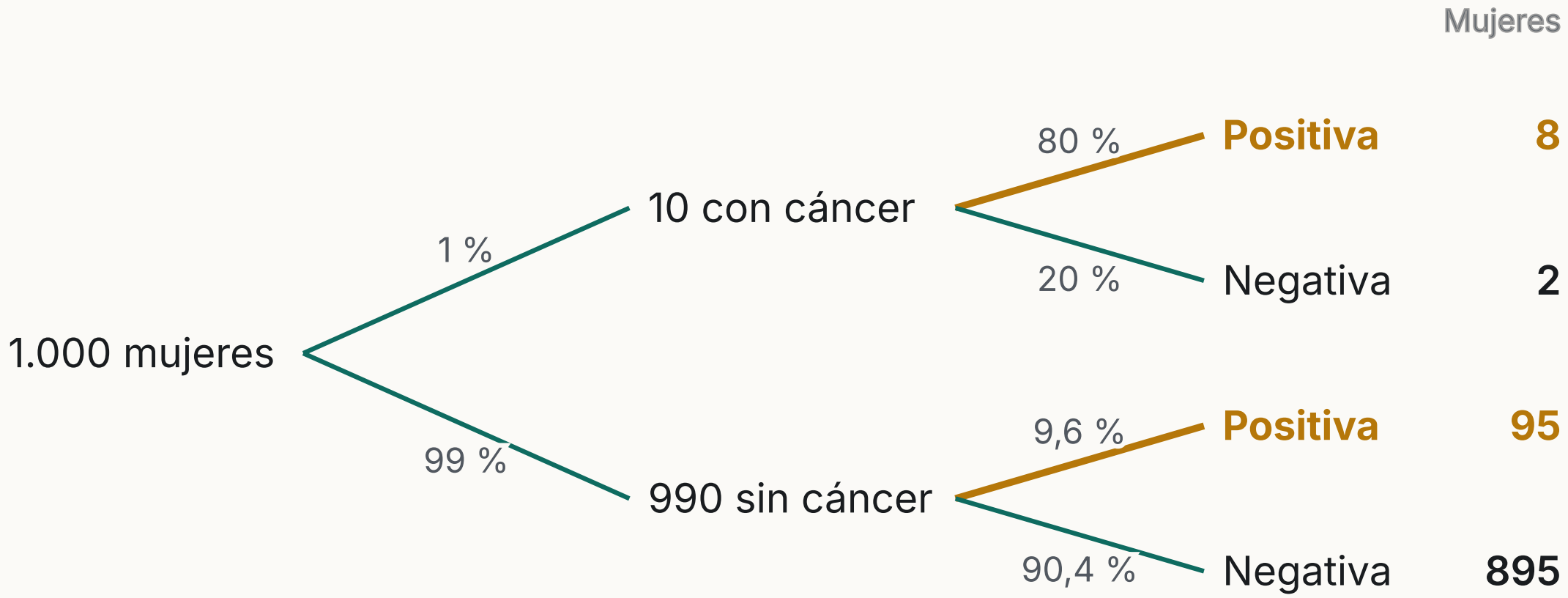
Teorema de Bayes

$P(M \mid O) = P(O \mid M) \cdot P(M) / P(O) = 0{,}480 \cdot 0{,}522 / 0{,}556 =$ **0,451**

Contando: 284 / 630.

La mamografía, en frecuencias naturales

1.000 mujeres de 40 años que se hacen una mamografía de control.



Fuente: Gigerenzer y Hoffrage (1995), Psychological Review 102: 684-704.

La respuesta a la pregunta del principio

$$P(\text{cáncer} \mid +) = 0{,}80 \cdot 0{,}01 \,/\, (0{,}80 \cdot 0{,}01 + 0{,}096 \cdot 0{,}99) = 0{,}078$$

7,8 %

de las mamografías positivas son de mujeres con cáncer: 8 de 103

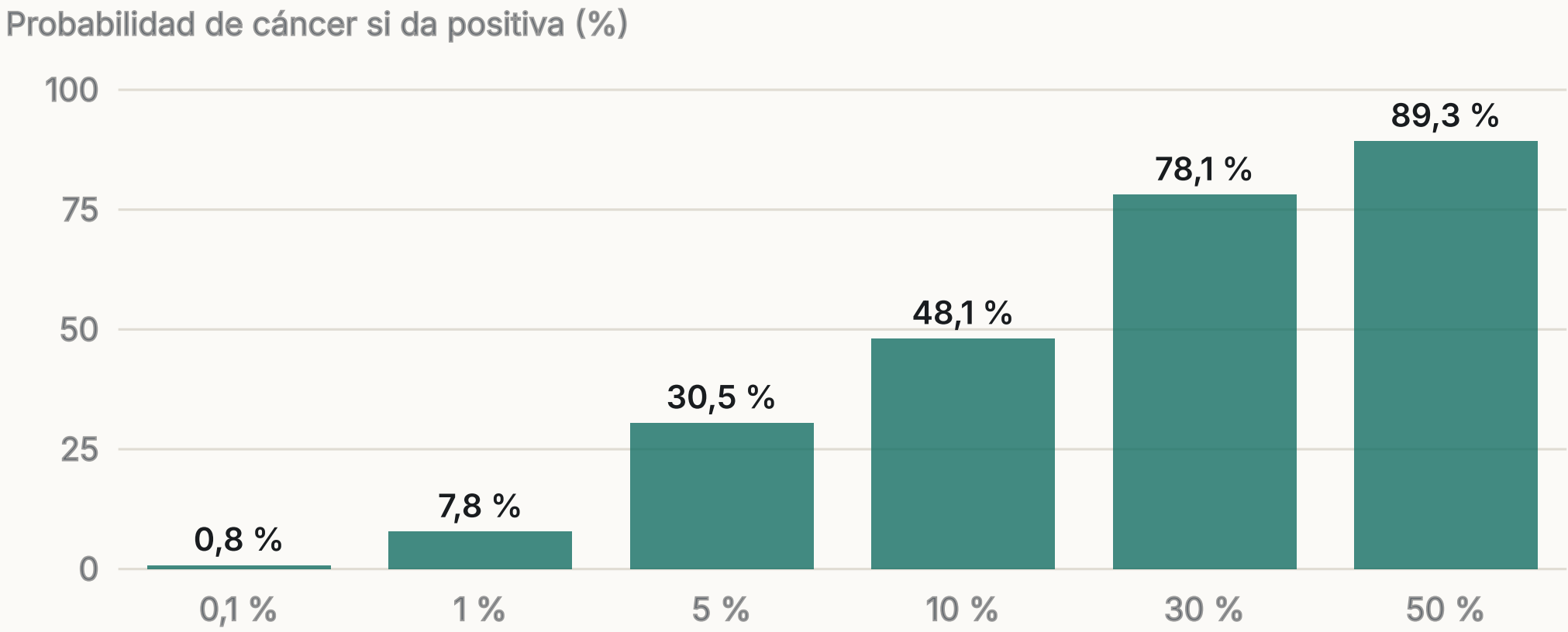
92,2 %

son falsos positivos: 95 de 103

La prueba no es mala: la enfermedad es rara, y los falsos positivos de las muchas mujeres sanas superan a los verdaderos positivos de las pocas enfermas.

La misma prueba, otra prevalencia

Probabilidad de tener cáncer si la mamografía da positiva, según la prevalencia: qué tan común es la enfermedad entre quienes se hacen la prueba.



La sensibilidad y la especificidad son de la prueba; el valor predictivo depende además de la prevalencia.

Tres probabilidades que no hay que confundir

Nombre	Probabilidad	En la mamografía	Depende de la prevalencia
Sensibilidad	P(+ | enfermo)	80 %	No
Especificidad	P(− | sano)	90,4 %	No
Valor predictivo positivo	P(enfermo | +)	7,8 %	Sí

La sensibilidad le importa a quien diseña la prueba; el valor predictivo, a quien recibe el resultado.

Para llevarse

- La probabilidad se define por casos igualmente probables, por frecuencias o por grados de confianza, y siempre cumple las mismas reglas.
- Si dos eventos no son excluyentes, al sumar se resta la intersección.
- Condicionar es achicar el espacio muestral; P(A | B) y P(B | A) son cosas distintas.
- Independientes no es lo mismo que excluyentes.
- Bayes da vuelta una condicional, y la prevalencia pesa más de lo que parece.

Guía de trabajo práctico 5
estadistica.ar/docentes/trabajos-practicos/semana-5

Calculadora de diagnóstico
estadistica.ar/herramientas/calc-diagnostico

Teorema de Bayes
estadistica.ar/conceptos/teorema-de-bayes

Ejercicios: reglas de probabilidad
estadistica.ar/ejercicios/reglas-de-probabilidad